

ИМИТАЦИОННАЯ ОБЩАЯ МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ ПОГРЕШНОСТЕЙ ОБРАБОТКИ

А.М. Михалёв, П.А. Гудков.
Курганский Государственный Университет
DrDrew@mail.ru

В докладе рассматривается принципиально новый подход к прогнозированию погрешностей механической обработки деталей машин, базирующийся на принципах суперпозиции, векторном характере составляющих погрешности и популярном в современном научном мире методе математического моделирования – метода Монте-Карло.

Отличием реального формообразования от номинального (идеального) является наличие отклонений геометрии реальных профилей от номинальных.

Основными конечными задачами, которые должны быть решены при исследовании закономерностей реального формообразования, являются задачи прогнозирования с заданной достоверностью возникающих погрешностей, а также задачи управления, в том числе оптимального этими погрешностями.

В соответствии с действующими ГОСТами погрешностей зубчатых колес уровня обеспечения точности не ниже, чем требуемая, могут быть сформулированы следующими условиями:

$$ES_i \geq f\Delta i(\alpha) \geq EI_i \quad (1)$$

где $f\Delta i(\alpha)$ - функция зависимости i –ой погрешности зубчатого венца от фазового угла реального профиля зубчатого колеса

ES_i - минимальное значение i –ой погрешности

EI_i - максимальное значение i –ой погрешности

Таким образом, требования к точности изготовления зубчатого венца по обеспечению, к примеру, кинематической точности должны состоять из ограничений на радиальное биение и колебание длины общей нормали (согласно ГОСТ 1683-81) и двух функциональных зависимостей радиального биения и колебания длины общей нормали от фазового угла поворота зубчатого колеса.

$$ES_{Frr} \geq f_{Frr}(\alpha) \geq EI_{Frr} \quad (2)$$

$$ES_{Fwr} \geq f_{Fwr}(\alpha) \geq EI_{Fwr} \quad (3)$$

Таким образом, согласно изложенного выше возникает потребность в получении функциональных зависимостей погрешностей зубчатого колеса от фазового угла поворота зубчатого колеса.

Анализ механизмов формирования погрешностей зубчатого венца свидетельствует о том, что элементарные погрешности технологических систем операций зубообработки характеризуются случайными числовыми характеристиками, определяющими величину и характер вхождения в соответствующие комплексные составляющие, которые, в свою очередь, взаимодействуя между собой, определяют исследуемые погрешности зубчатых колес.

Так как исследуемые погрешности обработки возникают в результате воздействия ряда случайных факторов, характеристики которых, в зависимости от уровня сложности структурного строения погрешностей, являются величинами или

функциями, носящими случайный характер проявления, их определение возможно с использованием методов теории вероятностей.

В соответствии с этим, для решения данной задачи, с целью повышения объективности получаемой информации, экономии временных и материальных затрат, наиболее целесообразным представляется применение методики статистического моделирования (метода Монте-Карло).

Исходя из изложенного выше была разработана общая модель формирования изделия при механической обработке (рис.1).

Принятые обозначения:

A - Пространственный профиль обрабатывающего контура.

B - Пространственный профиль обрабатываемого контура.

C - Пространственный профиль образованного контура изделия.

W_0 - Ось концентрации обрабатываемого контура.

W_1 - Ось концентрации обрабатывающего контура.

W - Ось концентрации образованного контура изделия.

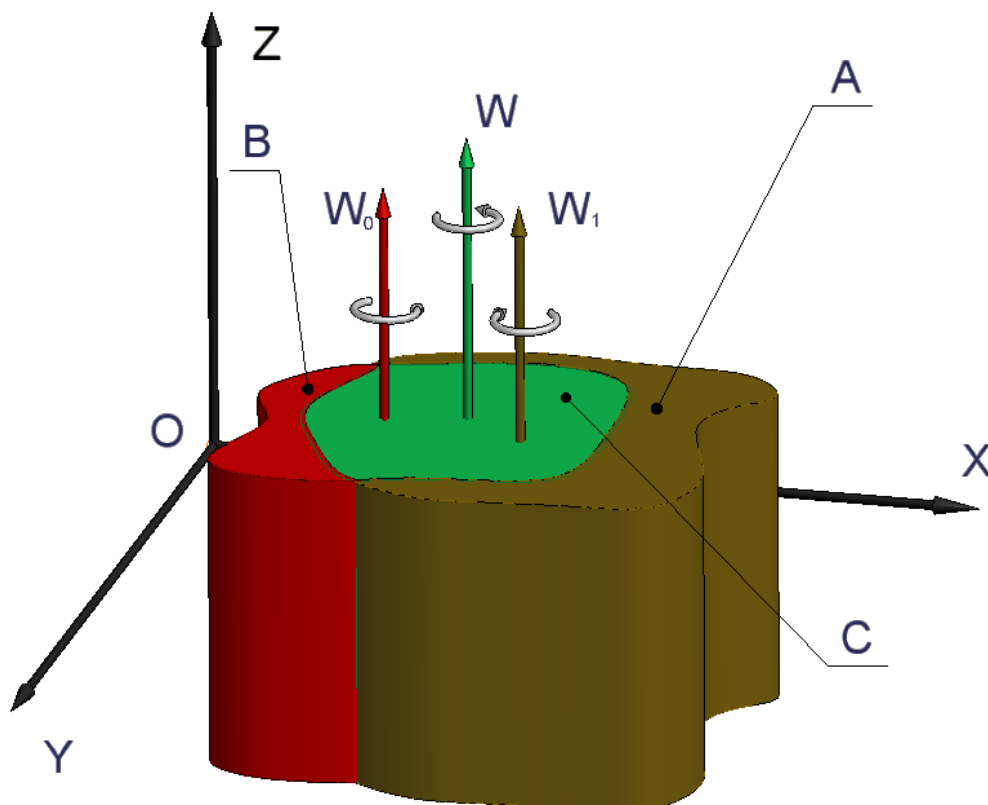


Рис 1. Общая модель формирования изделия при механической обработке.

Согласно предложенной модели, профиль изделия при механической обработке есть результат пересечения пространственных множеств *A* и *B* :

$$C = A + B \quad (4)$$

Пространственные же множества образуются по принципу суперпозиции в результате векторного-имитационного суммирования векторов элементарных составляющих технологических погрешностей.

Для построения расчетной схемы статистического моделирования стохастической модели элементарные технологические погрешности разбиваются на

три вида: погрешности, сдвигающие зубчатое колесо в плоскости обработки и тем самым создающие геометрический эксцентриситет, перекашивающие погрешности создающие перекося плоскости обработки зубчатого колеса и погрешности, проворачивающие плоскость обработки и создающие кинематический эксцентриситет. Далее согласно расчетной схеме рис. 2. моделирование эксцентриситета проходит в 2 этапа:

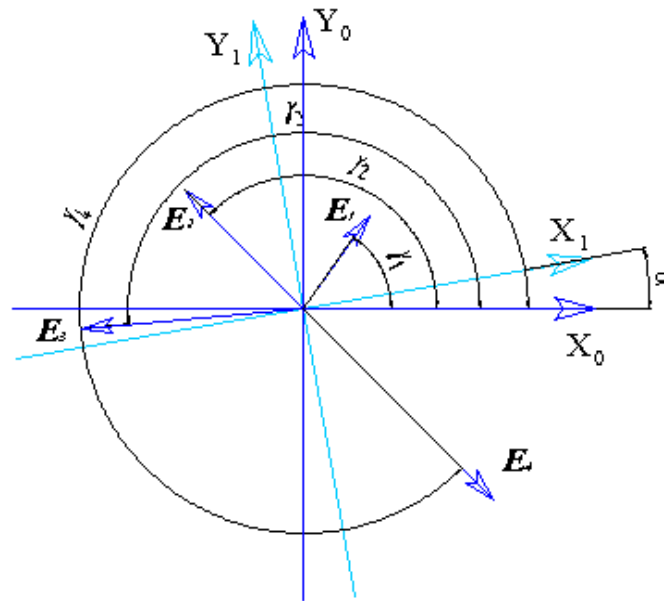


Рис 2. Расчетная схема эксцентриситета.

1. Моделирование положения в станочной системе:

а) Моделируется скалярное значение вектора j -ой технологической погрешности, которая:

- если распределена в соответствии закону равной вероятности
-

$$m(E_j) = R_{[0;1]} \cdot E_j \quad (5)$$

где $m(E_j)$ – моделируемое значение элементарной составляющей погрешности; $R_{[0;1]}$ – равномерно распределенная на интервале $[0,1]$ случайная величина;

E_j - величина элементарной составляющей погрешности,

- при любом другом виде закона распределения E_j

$$\int_{-\infty}^{m(E_j)} f(E_j) dE = R_{[0;1]}, \quad (6)$$

где $f(E_j)$ – функция плотности вероятности распределения случайной величины элементарной составляющей погрешности.

При этом требуется, чтобы смоделированная случайная величина $m(E_j)$ по вероятности (при $n \rightarrow \infty$) сходилась к искомой величине E_{jr} , т.е. для любого бесконечно малого $\epsilon > 0$ должно выполняться соотношение:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} P \left(\sum_{j=1}^m (m(E_j) - E_{jr})_m < \varepsilon \right) = 1, \quad (7)$$

где P – соответствующая вероятность; m – количество смоделированных значений; E_{jr} – искомая (реальная) величина элементарной составляющей погрешности;

б) моделирование угловых положений этих векторов

$$m(\gamma_j) = R_{[0,1]} \cdot 360^\circ = R_{[0,360^\circ]}, \quad (8)$$

где $R_{[0,360^\circ]}$, $R_{[0,1]}$ – соответственно равномерно распределенная на интервалах $[0,360^\circ]$, $[0,1]$ случайные величины.

$m(\gamma_j)$ – моделируемое значение угла поворота вектора j -ой составляющей погрешности.

2. Моделирование обработки зубчатого колеса:

Для этого произведем поворот осей координат на угол α тем самым воспроизведем движение обката, возникающее при обработке зубчатого колеса при этом эксцентриситет E (сдвиг плоскости обработки зубчатого колеса) равен сумме проекций всех эксцентриситетов на ось X :

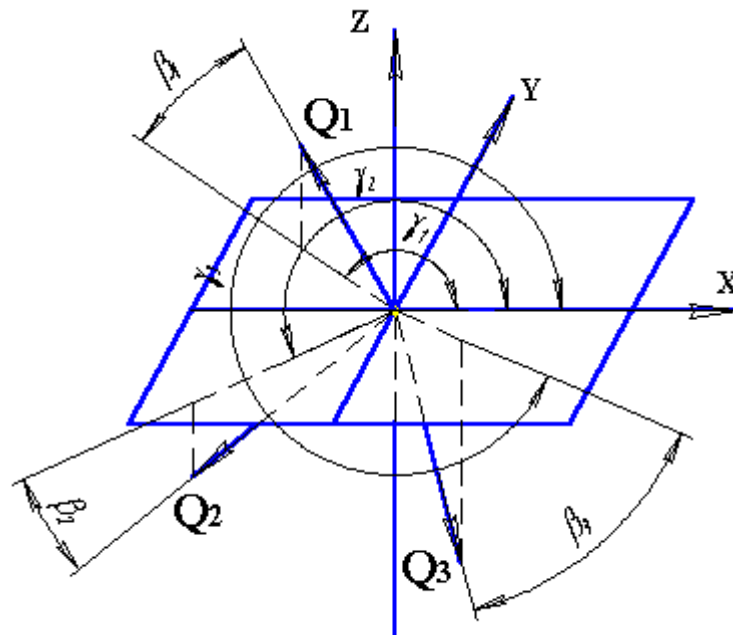


Рис 3. Расчетная схема перекоса.

$$E(\alpha) = \sum_{j=1}^m (E_j \cos(\gamma_j - \alpha)) \quad (9)$$

Тем самым, произведя полный оборот координатных осей от 0° до 360° получим функциональную зависимость эксцентриситета от фазового угла поворота зубчатого колеса. (Рис 4а)

Для расчета суммарного перекоса Q служит расчетная схема представленная на рис 3. где Q_j нормальные вектора плоскостей перекоса, β и γ углы, характеризующие их положение в пространстве относительно плоскости обработки зубчатого колеса.

Суммарный перекоос определяем аналогично моделированию эксцентриситета, т.е. производим:

1. Моделирование положения в станочной системе:

а) Моделируется скалярное значение нормального вектора j -ой плоскости перекоса аналогично формулам 5,6,7.

б) моделирование угловых положений этих векторов

$$m(\gamma_j) = R_{[0,1]} \cdot 360^\circ = R_{[0,360^\circ]}, \quad (10)$$

$$m(\beta_j) = R_{[-90^\circ, 90^\circ]}, \quad (11)$$

где $R_{[0,360^\circ]}, R_{[0,1]}, R_{[-90^\circ, 90^\circ]}$ – соответственно равномерно распределенная на интервалах $[0, 360^\circ], [0, 1], [-90, 90]$ случайные величины.

$m(\gamma_j), m(\beta_j)$ – моделируемые значения характеристических углов j -го технологического перекоса.

2. Моделирование обработки зубчатого колеса:

Перекоос плоскости обработки приводит к возникновению двух составляющих горизонтальной и вертикальной

$$Q_B(\alpha) = \sum_{j=1}^m (Q_j \sin(\beta_j) \cos(\gamma_j - \alpha)) \quad (12)$$

$$Q_T(\alpha) = \sum_{j=1}^m (Q_j \cos(\beta_j) \cos(\gamma_j - \alpha)) \quad (13)$$

Выбор используемой далее составляющей зависит от физического смысла исследуемой погрешности зубчатого колеса, т.е. если исследуемая погрешность носит чисто радиальный характер за Q принимается Q_T .

Тем самым, произведя полный оборот координатных осей от 0° до 360° получим функциональную зависимость перекооса Q от фазового угла поворота зубчатого колеса. (Рис 4б)

Моделирование третьего типа погрешностей происходит следующим образом:

1. Моделирование значения погрешности P_j согласно формулам 4,5,6.

2. Моделирование начального фазового угла

$$m(\varphi_j) = R_{[0,1]} \cdot \frac{\pi}{2} = R_{[0, \frac{\pi}{2}]}, \quad (14)$$

3. Моделирование обработки зубчатого колеса:

$$P(\alpha) = \sum_{j=1}^m (P_j \cos(\varphi_j + \alpha T)) \quad (15)$$

где T – период колебаний $T = \frac{2\pi}{z}$

z – число зубьев исследуемого зубчатого колеса.

Тем самым, произведя полный оборот координатных осей от 0° до 360° получим функциональную зависимость кинематического эксцентриситета P от фазового угла поворота зубчатого колеса. (Рис 4в)

Пользуясь принципом суперпозиции, получим функциональную зависимость погрешности венца от фазового угла поворота зубчатого колеса.

$$f_{\Delta}(\alpha) = E(\alpha) + Q(\alpha) + P(\alpha) \quad (16)$$

Результат отображен на (рис 4г)

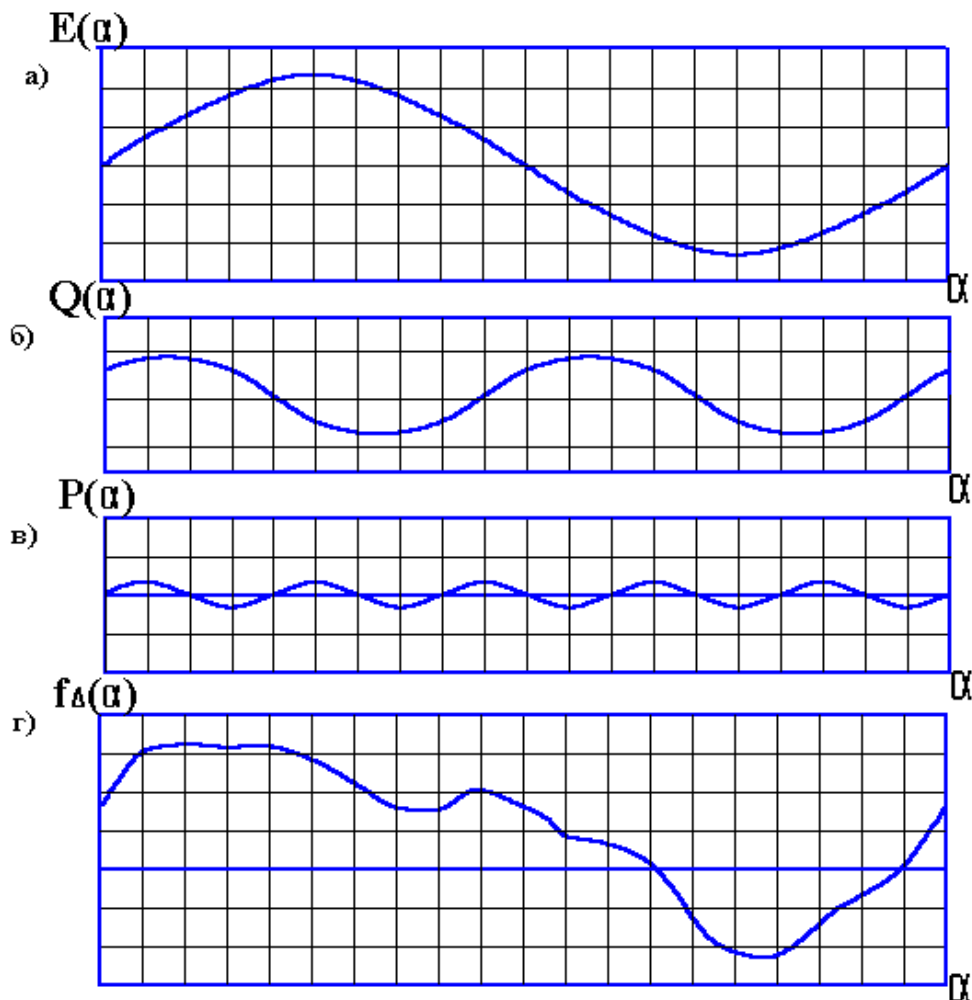


Рис 4. Схема формирования функциональной зависимости погрешности венца от фазового угла поворота зубчатого колеса.